

Programma di matematica
classe 3A
a.s. 2018/'19

Geometria analitica.

Corrispondenza biunivoca tra l'insieme dei numeri reali e i punti della retta sulla quale è posto un sistema di riferimento, corrispondenza biunivoca tra le coppie ordinate di numeri reali e i punti del piano cartesiano. Equazione di un luogo geometrico. Equazione della retta: coefficiente angolare ed intercetta. Rappresentazione di rette, intersezione tra rette, rette parallele e rette perpendicolari. Distanza di un punto da una retta e applicazioni: equazioni delle bisettrici degli angoli formati da due rette incidenti. Fasci di rette.

Definizione di circonferenza e sua equazione. Retta tangente ad una circonferenza in un suo punto e rette tangenti ad una circonferenza condotte da un punto ad essa esterno. Esercizi in cui si chiede di determinare l'equazione di una circonferenza date alcune condizioni (svolti prevalentemente con impostazione di tipo geometrico).

Definizione di parabola ed equazione nel caso in cui l'asse di simmetria è parallelo all'asse y ; rappresentazione della parabola. Retta tangente ad una parabola in un suo punto (con il calcolo del coefficiente angolare come caso "limite" del coefficiente angolare della retta secante) e rette tangenti ad una parabola condotte da un punto ad essa esterno. Esercizi in cui si chiede di determinare l'equazione di una parabola date alcune condizioni (svolti prevalentemente con il metodo dei fasci).

Ellisse ed iperbole: definizione, equazione canonica, rappresentazione, ellissi ed iperboli traslate, iperboli equilateri e funzione omografica. Semplici applicazioni.

Funzioni

Definizione di funzione reale di variabile reale, grafico di una funzione, funzioni pari, dispari, invertibili.

Le funzioni potenza con esponente naturale ed intero negativo: grafici e proprietà.

Dal grafico $y = f(x)$ ai grafici di $y = f(x) + k$, $y = f(x + k)$, $y = -f(x)$, $y = |f(x)|$

Grafici di alcune particolari funzioni irrazionali (semiparabole, semicirconferenze, semiellissi e semi-iperboli).

Ampliamento della nozione di potenza al caso in cui l'esponente è un numero reale. Il numero di Nepero. Le funzioni esponenziali: grafici e proprietà.

Definizione di logaritmo. Le funzioni logaritmiche: grafici e proprietà.

Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni.

Elementi di algebra

Disequazioni irrazionali dei tipi $\sqrt{A(x)} \leq B(x)$, $\sqrt{A(x)} \geq B(x)$.

Equazioni esponenziali.

Proprietà dei logaritmi ed equazioni logaritmiche.

Milano, 3 giugno 2019

COMPITI

Dal libro di testo pag. 59, 275, 416, svolgere gli esercizi di numero pari; pag. 393 numeri 118 e 120; pag. 486 numeri 456, 460, 461, 466; svolgere gli esercizi sotto riportati.

Per gli alunni con debito oltre agli esercizi sopra indicati sono da svolgere anche gli esercizi (pari) di pag. 56; pag. 274 dal 398 al 404; pag. 393 dal 118 al 122; pag. 408 dal 300 al 310; pag. 416 tutti e anche numeri 467, 469 (no d), 470 (no d), 480, 482.

Gli alunni con debito devono presentarsi il giorno della prova scritta con i compiti svolti.

1a) Le riserve mondiali di petrolio diminuiscono a un ritmo dell'8% annuo. Tra quanti anni saranno ridotte a un terzo della quantità attuale?

$$\text{a) } -\frac{\ln 3}{\ln 0,92}; \text{ b) } (\ln 3)(\ln 0,92); \text{ c) } \frac{\ln 3}{\ln 0,92}; \text{ d) } \ln 3 + \ln 0,92$$

2a) La quantità di PM10 nei polmoni di un abitante di una certa città aumenta del 10% ogni anno. Tra quanti anni la quantità di PM10 nei polmoni di questa persona saranno quadruplicate?

$$\text{a) } 1,1 \cdot \ln 4; \text{ b) } (\ln 4)(\ln 1,1); \text{ c) } \frac{\ln 4}{\ln 1,1}; \text{ d) } \frac{\ln 4}{10}$$

3a) Il numero di milanesi adulti fumatori diminuisce del 6% annuo, quello dei non fumatori aumenta del 3%. Tra quanti anni il numero di non fumatori sarà il triplo di quello dei fumatori, se oggi tali numeri sono uguali?

1b) Per attraversare il bosco, Cappuccetto Rosso può scegliere tra tre sentieri: A, B e C. La probabilità che il Lupo Cattivo si apposti sul sentiero A è il doppio di quella che si apposti su B ed è anche il doppio di quella che si apposti su C. La probabilità che Cappuccetto Rosso si apposti sul sentiero A è la metà di quella che si apposti su B ed è anche la metà di quella che si apposti su C. Qual è la probabilità che Cappuccetto Rosso non sia sbranata dal Lupo?

2b) Dei nuotatori iscritti a una certa manifestazione sportiva, il 30% fanno solo distanze brevi (scattisti), il 50% solo mezze distanze (mezzofondisti) e i restanti solo lunghe distanze (fondisti). Sono più alti di 1,90 mt il 60% degli scattisti, il 20% dei mezzofondisti e il 10% dei fondisti.

(a) Calcolare la percentuale dei nuotatori più alti di 1,90 mt.

(b) Vi presentano il nuotatore Nello Sire, e notate che è più alto di 1,90 mt. Calcolare la probabilità che sia uno scattista.

3b) Un'urna contiene 18 palline rosse, 13 palline bianche, 14 palline verdi. Si estraggono 12 palline in sequenza dall'urna, ogni volta reinserendo la pallina estratta. Calcolare la probabilità che la pallina estratta sia rossa nelle prime tre estrazioni e verde nelle ultime sette.

1c) Quale tra le seguenti funzioni non è invertibile sull'intervallo $[1, +\infty)$?

$$\text{a) } f(x) = |x^2 - 1|; \text{ b) } f(x) = \sqrt{x+3}; \text{ c) } f(x) = x^2 - 4x + 4; \text{ d) } f(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$$

2c) L'insieme delle soluzioni della disequazione $\frac{1}{x+1} - 1 < x^5$ è:

$$\text{a) } (0, +\infty); \text{ b) } (\alpha, 0) \text{ con } \alpha \text{ negativo}; \text{ c) } (\alpha, -1) \cup (0, +\infty); \text{ d) } (-\infty, \alpha) \text{ con } \alpha \text{ negativo}$$

3c) Quale fra le seguenti equazioni ammette certamente almeno una soluzione nell'intervallo $[-1; 1]$?

$$\text{a) } e^x + x - 4 = 0; \text{ b) } \log(x+2) + x + 2 = 0; \text{ c) } \log(x+3) + 3x - 1 = 0; \text{ d) } \text{nessuna delle precedenti}$$

4c) Quante soluzioni ha l'equazione $3 - 2^x - x^2 = 0$?

Risolvere

$$\frac{x^2 - 5\sqrt{32}}{x^2 - 10x + 25\sqrt{2}} = x\sqrt{\frac{1}{2}}; x^2 - 5\sqrt{243} \cdot \sqrt{3} = x^2 - 10x + 25\sqrt{3}; 3 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x + 7 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 20 = 0; 2(\log_{3/4} x)^2 + (\log_{3/4} x) - 1 = 0$$

$$\log_2\left(\frac{x^2 - 5}{1 - x}\right) + \log_2(1 - x) = \log_2(2x^2 + 2x - 40); \log_3\left(\frac{4x^2 - 1}{4x + 10}\right) = \log_3(4 - x^2) - \log_3(1 - x); (\log_{\sqrt[3]{2}} x)^2 - 8\log_{\sqrt[3]{2}} x + 12 = 0$$

$$25^{\frac{1}{1+x}} - 11 \cdot 5^x + 2 = 0; \log_{1/3}(9x^2 - 4x - 5) - \log_{1/3}(x^2 - x - 20) = -2; \log_2 \frac{-x^2 + 4x - 13}{-4x + 3} - \log_2(x + 5) = -2$$