



Programma svolto di Matematica classe 5E a.s. 2018-19

Prof. Giacomo Di Iorio

Studio individuale e ricapitolazione

Nuclei essenziali del programma di 3^a e 4^a liceo a fronte delle gravi carenze riscontrate ad inizio d'anno scolastico.

Geometria solida

Prismi definiti ed indefiniti, angoloidi e piramidi.

Poliedri regolari.

Solidi e poliedri.

Solidi di rotazione.

Teorema di Eulero(s.d.)

Principio di Cavalieri e di equiscomponibilità

Volumi di parallelepipedi, piramidi e coni.

Volumi e superfici di prismi, piramidi(con dim), coni, tronco di piramidi(con dim.) e tronchi di cono.

Volume della sfera e superficie della sfera con dimostrazione.

Superficie e volume del segmento sferico con enunciato del teorema per la dimostrazione.

Cilindro equilatero circoscritto alla sfera con relative proprietà.

Settore sferico, fuso e spicchio sferico, scodella di Galileo.

Quesiti dalle prove di maturità.

Solidi e volumi molecolari

Introduzione all'analisi:

Storia del calcolo infinitesimale.

Struttura dei reali, relazione d'ordine, metrica e proprietà.

Intervalli limitati, minorante e maggiorante, sup e inf di un insieme.

Massimo e minimo, estremo superiore ed inferiore di un insieme.

Teorema di esistenza dell'estremo superiore(inferiore).

Intorno di un punto, punti di accumulazione e punti isolati.

Insieme ampliato dei reali.

Funzioni reali di variabili reale: Dominio e studio del segno, prime proprietà.

Esercizi sui punti di accumulazione.

Insieme derivato.

Max e min, sup e inf di una funzione reale. Proprietà.

Funzioni monotone, limitate e illimitate.

Funzioni composte.

Limiti di funzione reale di variabile reale

Introduzione al concetto di limite,

Dalla definizione generale alle definizioni particolari,

Definizione di limite al finito ed all'infinito di una funzione.

Asintoti verticali ed orizzontali di una funzione.

Teoremi di esistenza ed unicità sui limiti

Teoremi del confronto

Teorema delle funzioni monotone.

Teorema della permanenza del segno ed invertibilità.

Funzioni continue e algebra dei limiti,

Forme di indecisione di funzioni algebriche e di funzioni trascendenti,

Limiti di funzioni razionali e goniometriche

Limiti notevoli per funzioni trascendenti e relative dimostrazioni.

Infiniti ed infinitesimi

Ordini d'infinito ed infinitesimo.

Confronto tra infiniti ed infinitesimi,

Gerarchie d'infinito, principio di sostituzione d'infiniti ed infinitesimi.

Continuità

Funzioni continue.

Funzioni continue e prolungamento per continuità.

Esercizi

Continuità della funzione inversa.

Continuità delle funzioni monotone.

Punti di discontinuità eliminabile, di prima e seconda specie,

Teorema degli zeri e metodo della bisezione.

Esercizi ed esempi.

Teorema di Weierstrass.

Teorema di Darboux e dimostrazione. Asintoti: verticali, orizzontali, obliqui, curvilinei, coniche e asintoti.

Proprietà delle funzioni continue e metodo di bisezione,

Asintoti verticali, orizzontali e curvilinei di una funzione.

Studio del grafico di funzione.

Quesiti problemi per la seconda prova.

Derivate

Introduzione storica al concetto di derivata. Parallelismi con la fisica,

Derivata secondo Fermat.

Significato geometrico della derivata, equazione della retta tangente,

Derivabilità e continuità.

Derivata destra e derivata sinistra.

Primi esempi di punto angoloso.

Derivata di funzione costante e funzione lineare.

Derivata della funzione potenza.

Linearità dell'operatore di derivazione.

Derivata seconda e successiva.

Derivata: massimi e minimi e funzioni crescenti,

Derivate delle funzioni elementari.

Derivata di funzione esponenziale.

Derivata del prodotto e del quoziente di due funzioni.

Derivata della funzione reciproca.

Derivata della funzione composta e della funzione inversa.

Algebra delle derivate: derivata del prodotto, del quoziente, derivata delle funzioni goniometriche.

Classificazione e studio dei punti di non derivabilità di una funzione.

Applicazioni geometriche del concetto di derivata.

Condizioni di tangenza e di ortogonalità tra grafici di due funzioni.

Differenziale di una funzione e applicazioni.

Differenziale di una funzione: significato geometrico.

Applicazione del concetto di derivata nelle scienze.

Correzione del compito e discussione di alcuni esercizi con l'ausilio della calcolatrice grafica

(URL: www.desmos.com/calculator)

Esercizi e problemi per la simulazione.

Teoremi sulle funzioni derivabili

Estremi assoluti e relativi di una funzione.

Teorema di Fermat e dim.

Punti stazionari. Esempi e controesempi.

Teorema di Rolle: dimostrazione e applicazioni.

Teorema di Lagrange: dimostrazione e corollari.

Criterio di monotonia per funzioni derivabili.

Primo e secondo criterio per l'analisi dei punti stazionari

Esercizi.

Problemi di ottimo.

Punti di non derivabilità, flessi e cuspidi.

Funzioni concave e convesse: criteri.

Criteri per la ricerca dei punti estremanti: controesempi

Punti di flesso a tangente orizzontale, verticale ed obliqua.

Convessità e concavità di una funzione.

Teoremi di Cauchy e di de L'Hopital: dimostrazione e applicazioni.

Studio di funzione da simulazioni ministeriali.

Studio di funzione

Schema per lo studio del grafico di una funzione,
Funzioni algebriche,
Funzioni trascendenti,
Funzioni con valori assoluti.
Grafici deducibili.

Integrale indefinito:

Integrale indefinito.
Proprietà dell' integrale indefinito, linearità.
Integrale di funzioni elementari.
Integrale di funzioni composte
Primitive e integrale indefinito.
Proprietà di linearità dell'integrale indefinito.
Integrali immediati e integrazione per scomposizione.
Integrali di funzioni composte e per sostituzione.
Integrazione per parti.
Integrazione di funzioni razionali frazionarie: premesse, per funzioni a denominatore di primo grado, di secondo grado con discriminante positivo, nullo e negativo.
Integrazioni di funzioni razionali frazionarie a denominatore di grado superiore al secondo.

Integrale definito:

Dalle aree al concetto di integrale definito,
Integrale definito di funzione definita positiva.
Definizione e applicazioni in fisica.
Proprietà dell'integrale definito e suo calcolo.
Primo teorema fondamentale del calcolo integrale.
Applicazioni geometriche dell'integrale definito: calcolo di aree, calcolo di volumi con metodo delle sezioni, calcolo del volume di solidi di rotazione, metodo dei gusci sferici, calcolo della lunghezza di un arco di curva, area di una superficie di rotazione.
Teorema del valor medio.
Risoluzione e discussione quesiti della simulazione ministeriale.
Funzioni integrabili ed integrale improprio: integrabilità di una funzione, integrali di funzioni illimitate, integrali su intervalli illimitati.
Criteri d'integrabilità: primo e secondo teorema del confronto, criteri di integrabilità sugli ordini d'infinito e d'infinitesimo.
Funzione integrale.
Secondo teorema fondamentale del calcolo integrale.
Calcolo di integrali impropri di volumi e superfici di rotazione: tromba di Torricelli.
Volume del Toro: metodo delle sezioni e teorema di Pappo Guldino (solo enunciato)
Criteri del confronto per l'integrabilità, criterio degli infiniti per l'integrabilità.
Applicazioni del concetto d'integrale definito alla fisica: spazio e velocità, quantità di carica e corrente elettrica, lavoro di una forza.

Distribuzioni di probabilità

Variabili aleatorie e distribuzioni discrete,
Proprietà della media e della varianza. Gioco equo. Il lotto.
Relazioni utili per calcolo della media e della varianza.
Funzione cumulativa discreta.
Distribuzione uniforme discreta: calcolo di media e varianza.
Distribuzione binomiale: calcolo di media e varianza.
Distribuzione di Poisson: calcolo di media e varianza.
Variabili aleatorie e distribuzioni continue: proprietà, media, varianza, pdf e $F(x)$.
Funzione di probabilità uniforme: media, varianza, pdf e $F(x)$.
Distribuzione uniforme: media, varianza, pdf e $F(x)$.
Distribuzione esponenziale
Distribuzione gaussiana e distribuzione normale standardizzata:
Calcolo dell'integrale di Gauss.
Calcolo della media e della varianza. Funzione di ripartizione tabulata.
Variabili normali nella modellizzazione.
Esercizi ed esempi di funzioni di probabilità d'interesse per la fisica.

Equazioni differenziali

Equazioni differenziali: tipologia per forma, ordine e tipo di coefficienti.

Equazioni differenziali lineari del primo ordine a coeff. non costanti.
Equazioni differenziali a variabili separabili del primo ordine.
Equazioni differenziali lineari del primo ordine.
Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili;
Equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti: circuito RLC.
Modelli di crescita esponenziali ed equazione logistica con dimostrazione.
Problema di Cauchy.
Applicazioni circuitali: il circuito RC in CC, RL in CC, RLC in CA.

Successioni e serie numeriche

Successioni numeriche.
Successioni naturale.
Progressioni aritmetiche e progressioni geometriche.
La successione delle somme parziali
Somma parziale di primi n naturali e dei primi n quadrati.
Successione delle somme parziali di una progressione aritmetica e poi geometrica con calcolo del termine generale della successione delle somme parziali.
Teorema ponte per limiti di successioni e limiti di funzione.
Teoremi dei limiti per le successioni.
Serie come limite della successione delle somme parziali.
Paradosso di Zenone.
Serie convergenti e divergenti.
Serie geometrica.
Criteri di convergenza della serie geometrica.
Serie armonica.
Serie telescopica.
Linearità, convergenza e teorema del confronto per le serie.
Criterio integrale degli infinitesimi e analogo criterio di convergenza di una serie.
Esercizi e problemi.

Fanno parte integrante del programma svolto tutti gli esercizi, i problemi e le simulazioni ministeriali affrontati e discussi in classe.

Milano, 06 giugno 2019

Il docente

Giacomo Di Iorio

.....

Gli studenti

.....

.....

